

B. Sc. (Second Year) Annual Openbook Examination, 2021

MATHEMATICS

नोट : प्रत्येक खण्ड को पृथक्-पृथक् उत्तर-पुस्तिका में लिखना अनिवार्य है।

Note: Each section is compulsorily written on separate answer sheet.

A-507

खण्ड-अ प्रश्न-पत्र : प्रथम / Section-A Paper : First

ABSTRACT ALGEBRA

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर अधिकतम 800 शब्दों में दें।

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks. Each question must be answered in maximum 800 words.

1. यदि Q^+ सभी धनपूर्णाकों परिमेय संख्याओं का समुच्चय है तथा द्विचर संक्रिया Q^+ पर परिभाषित है—

$$a * b = \frac{ab}{3} \quad \forall a, b \in Q^+$$

सिद्ध कीजिए कि $(Q^+, *)$ एक आबेली समूह है।

If Q^+ be the set of all positive rational numbers and $*$ be a binary composition in Q^+ defined by

$$a * b = \frac{ab}{3} \quad \forall a, b \in Q^+$$

Show that $(Q^+, *)$ is an abelian group

2. माना H समूह G का उपसमूह है तो H के G में दो वाम (दक्षिण) सहसमुच्चय या तो संपाती है या असंयुक्त है।

Let H be a subgroup of a group G . Then any two left (right) cosets of H in G are either identical or disjoint.

3. समाकारिता का मूलभूत प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove that fundamental theorem of homomorphism.

4. समूह G पर सभी स्वाकारिताओं का समुच्चय प्रतिचित्रणों के संयोजन के सापेक्ष एक समूह है।

The set of all automorphism of a group G forms a group with respect to composition of mapping on the binary operation.

5. पूर्णाकों का वलय $I \pmod{p}$ एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है, यदिदि p अभाज्य हो।

The ring I of integers \pmod{p} is an integral domain iff p is a prime.

A-508

खण्ड-ब प्रश्न-पत्र : द्वितीय / Section-B Paper : Second

(Advanced Calculus)

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर अधिकतम 800 शब्दों में दें।

Note: Attempt all questions. Each question carries equal marks. Each question must be answered in maximum 800 words.

1. अनुक्रम के अभिसरण का कोशी का व्यापक सिद्धान्त लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy's general principle of convergence of sequence.

2. यदि एक फलन किसी बिन्दु पर अवकलनीय है, तो यह उस बिन्दु पर सतत् होगा। किन्तु इसका विलोम सत्य नहीं है। यह आवश्यक नहीं है।

If a function is differentiable at a point then it is continuous at that point, but the converse is not necessarily true.

3. यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^{1/3} + y^{1/3}}{x^{1/2} + y^{1/2}} \right)^{1/2}$ तब सिद्ध कीजिए कि—

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\tan u}{144} (13 + \tan^2 u)$$

If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^{1/3} + y^{1/3}}{x^{1/2} + y^{1/2}} \right)^{1/2}$ then prove that :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\tan u}{144} (13 + \tan^2 u)$$

4. फलन $u = x^3 y^2 (1 - x - y)$ के उच्चिष्ठ एवं निम्नष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

Find the maximum and minimum value of the function

$$u = x^3 y^2 (1 - x - y)$$

5. मूल्यांकन कीजिए—

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$$

Evaluate :

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$$

A-509

खण्ड-स प्रश्न-पत्र : तृतीय / Section-C Paper : Third

(Differential Equations)

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर अधिकतम 800 शब्दों में दें।

Note: Attempt all questions. Each question carries equal marks. Each question must be answered in maximum 800 words.

1. रैखिक अवकल समीकरण $4x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

Find the series solution of the linear differential equation $4x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$.

2. मान ज्ञात कीजिए—

(i) $L\{\sinh at \cos at\}$

(ii) $L\{\sinh at \sin at\}$

Find the value of :

(i) $L\{\sinh at \cos at\}$

(ii) $L\{\sinh at \sin at\}$

3. हल कीजिए—

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t \text{ यदि } y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

Solve :

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t \text{ if } y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

4. हल कीजिए—

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y$$

Solve :

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y$$

5. हल कीजिये—

$$r + (a+b)s + abt = xy$$

Solve :

$$r + (a+b)s + abt = xy$$